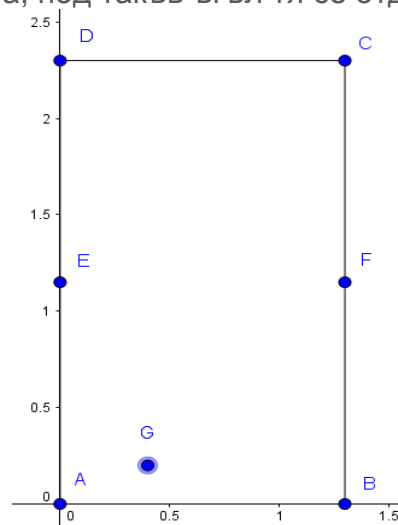


## РЕШЕНИЯ НА ЗАДАЧИТЕ ОТ ТЕМА НА МЕСЕЦ ЮНИ 2017 ГОДИНА



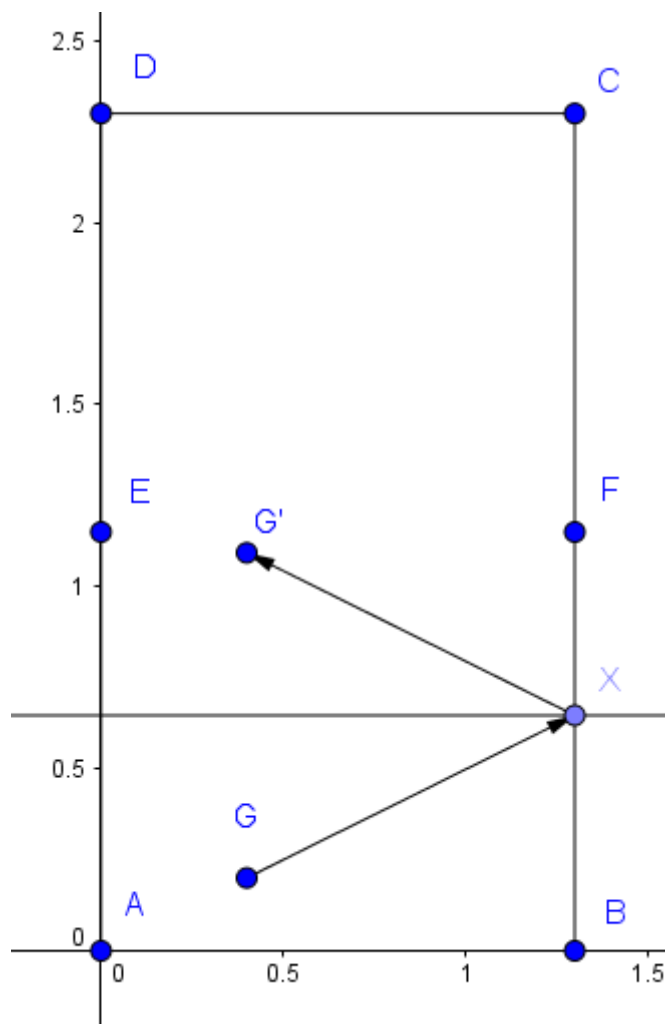
Дадена е билиардна маса ABCD с размери 1.3 x 2.3 метра.

За удобство ще считаме, че върхът A е разположен в началото на координатната система (Фиг. 1). Точките E и F са средите съответно на страните AD и BC. В точката  $G = (0.4, 0.2)$  е разположена билиардна топка, която може да бъде „изстрелвана“ в различни посоки. При достигане на дадена страна топката се отразява от нея по обичайния начин - под какъвто ъгъл топката отива към страната, под такъв ъгъл тя се отдалечава от нея.



Фиг. 1

На фигура 2 точката  $G'$  е огледален образ на  $G$  спрямо хоризонталната права през точката  $X$  от  $BC$ , в която става отразяването.



Фиг. 2

### Задача 1.

Към коя точка  $X=(1.3, x)$  от страната  $BC$  следва да насочим билиардната топка, ако искаме след отразяване от страната  $BC$  топката да попадне в  $E$ ?  
Търси се втората координата  $x$  на точката  $X$  с точност до десетохилядни.

### Задача 2.

Към коя точка  $X=(1.3, x)$  от страната  $BC$  следва да насочим билиардната топка, ако искаме след отразяване от страната  $BC$  топката да попадне в  $D$ ?  
Търси се втората координата  $x$  на точката  $X$  с точност до десетохилядни.

### Задача 3.

Към коя точка  $X=(1.3, x)$  от страната  $BC$  следва да насочим билиардната топка, ако искаме след отразяване от стената  $BC$  топката да се насочи към страната  $CD$  и след отразяване от нея да попадне в точка  $E$ ?  
Търси се втората координата  $x$  на точката  $X$  с точност до хилядните.

#### Задача 4.

Към коя точка  $X=(1.3, x)$  от страната BC следва да насочим билиардната топка, ако искаме след последователно отразяване от страните BC, CD и DA топката да мине през точка G?

Търси се втората координата  $x$  на точката X с точност до хилядните.

#### Задача 5.

При условията от предишната задача, след преминаване през точка G топката ще продължи пътя си и ще стигне до точка P от страната AB.

Търси се първата координата на точката P с точност до хилядните.

#### Решения на задачите:

Към темата е даден помощен [файл](#) (tm1706.ggb), с който могат да се правят експерименти и да се решат задача 1 и задача 2. Този файл реализира идеята, описана на фигура 2, за траекторията на билиардната топка след отразяването ѝ от стената BC. Точката  $G'$  е огледален образ на G спрямо хоризонталната права през точката X. Ако топката бъде изстреляна от G към X, след отразяване от стената BC тя ще мине през точка  $G'$ . Лъчът с начало X, който минава през  $G'$ , пресича отсечката AD в точка J (за да се избегне претрупване на чертежа с обекти и техните означения, точката  $G'$  е „скрита“). С плъзгане на точката X нагоре или надолу по отсечката BC може да се намери положение за нея, при което точката J съвпада с E (Задача 1) или с D (Задача 2). В първия случай търсената втора координата на X е 0.5886. Във втория случай, когато J съвпада с D, за втората координата на X получаваме 1.0591. За по-голяма точност, при намирането на тези числа може да се увеличи точността, с която GeoГebra извършва пресмятанията (чрез избиране на Rounding от падащото меню на Options) и чрез увеличаване на размера на изображението (Zooming).

Тези две задачи се решават лесно и без компютър, като се използва подобие на триъгълници. На фигура 3 точка X е подбрана така, че J да съвпада с E. Нека H е такава точка от BC, че отсечката GH да е хоризонтална. Ясно е, че точката H има координати (1.3, 0.2). Триъгълниците GHX и XFE са подобни (и двата са правоъгълни и ъглите им при върха X са еднакви по построение). Поради това

$$\frac{HX}{XF} = \frac{GH}{EF}.$$

Значи

$$\frac{x - 0.2}{1.5 - x} = \frac{0.9}{1.3},$$

където  $x$  е търсената втора координата на точката X. След решаване на това уравнение получаваме

$$x = 0.5886363 \dots,$$

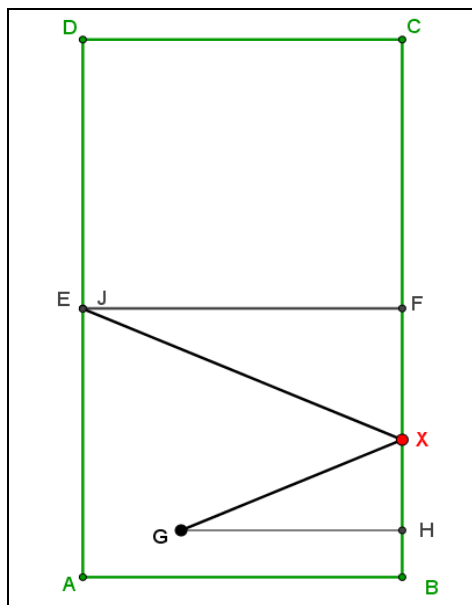
което е отговор за задача 1.

Аналогично, на фигура 4 е изобразена ситуацията, когато точката J съвпада с D. От подобие на триъгълниците GHX и XCD получаваме

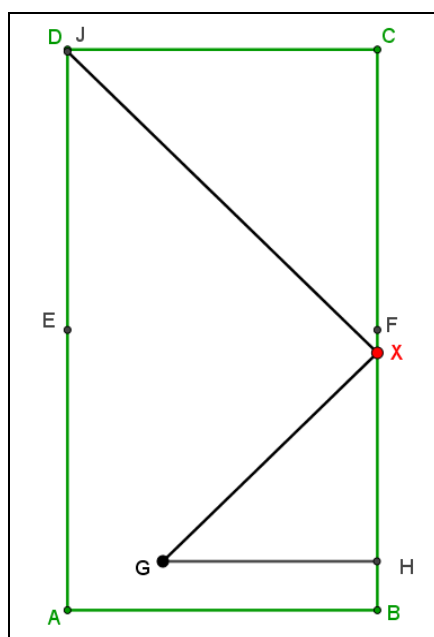
$$\frac{x - 0.2}{2.3 - x} = \frac{0.9}{1.3}.$$

След решаване на това уравнение получаваме

$$x = 1.0590909 \dots$$

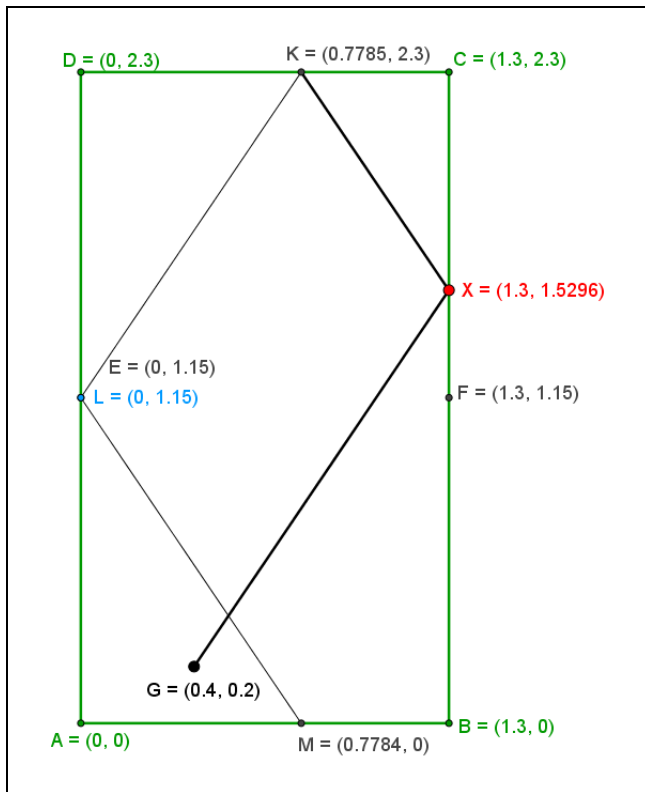


Фиг. 3



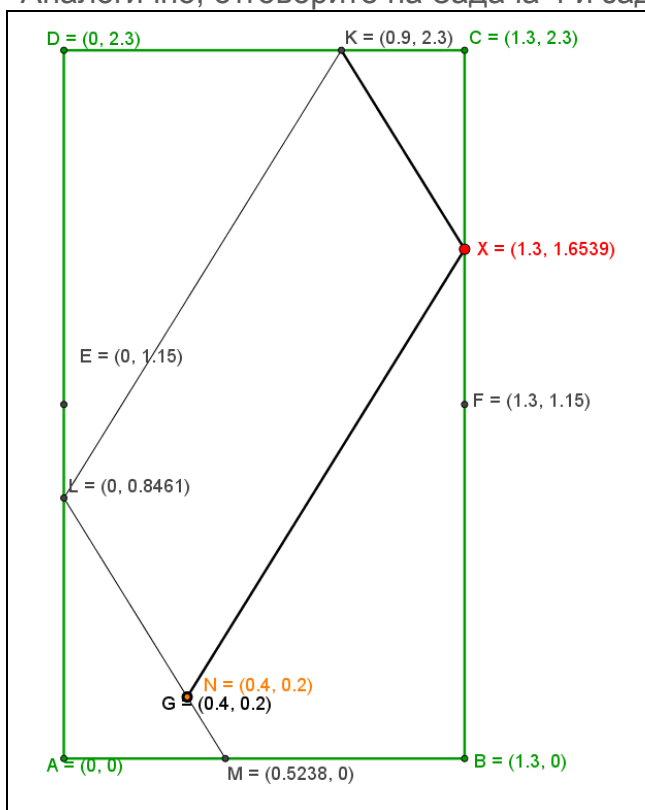
Фиг. 4

За останалите задачи от участниците се очакваше да доразвият помощния файл като добавят към него отражение от страната CD и от страната DA и отново с експерименти (движение на точката X по отсечката BC) да намерят приблизителен отговор на задачите. Такъв помощен файл може да се намери [ТУК](#) (theme1706\_R.ggb) С негова помощ нагласяваме точката X да съвпадне с точката L и получаваме  $x=1.5296$ , т.е.  $x=1.53$  с точност до хилядните (Фиг. 5).



Фиг. 5

Аналогично, отговорите на Задача 4 и задача 5 могат да се видят на Фиг. 6:



Фиг.6

При  $x=1.654$  с точност до хилядните отсечката LM минава през точка G, а първата координата на точка M е 0.5238 с точност до десетохилядните, а с точност до хилядните е 0.523.

Последните три задачи могат, дори с по-голяма точност, да се решат без компютър (както постъпихме със задачите 1 и 2). Опитайте се да направите това сами, като се възползвате от факта, че траекторията на топката се състои от отсечки, които са успоредни или на AX или на XK.

**Предложил темата:** Николай Николов

**Формулиране на темата и описание на решенията:** Петър Кендеров

**Редактор и автор на помощните файлове:** Тони Чехларова

**Лого на темата (плочка):** Койя Чехларова

**Техническа поддръжка:** Георги Гачев, Тодор Брънзов, Анна Самева

Предложения за подобряване и разширяване на този текст могат да бъдат изпращани на адрес [vorednek@yahoo.com](mailto:vorednek@yahoo.com)