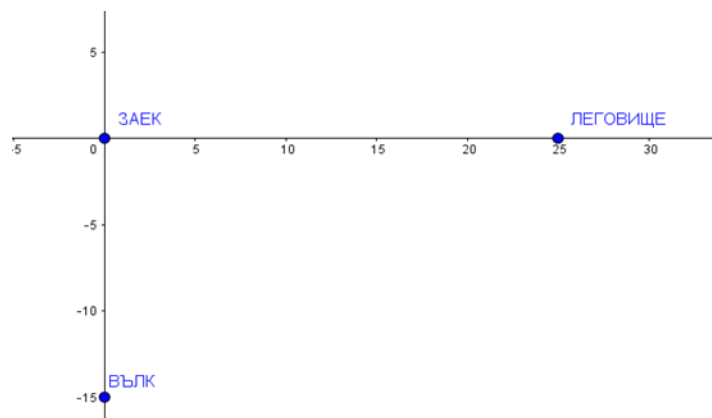


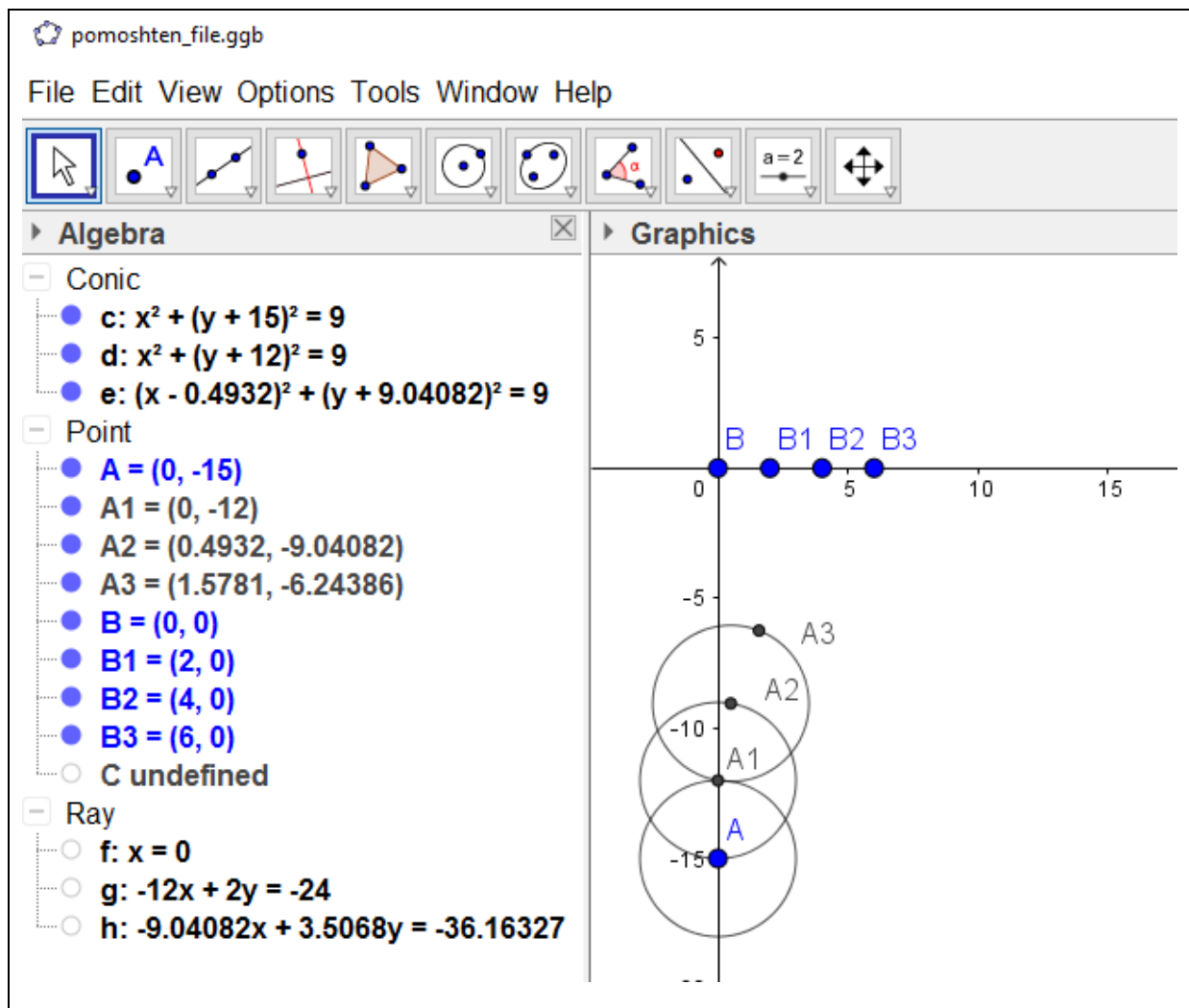


**Решения на задачите от тема на месец октомври 2017 г.**

Заек е навън от леговището си, когато забелязва, че към него се е втурнал вълк. Заекът хуква право към леговището си. Вълкът го преследва. Скоростта на заека е 2 метра в секунда. Скоростта на вълка е 3 метра в секунда, които той взема на един скок. Стратегията на преследване е проста. Всеки следващ свой скок вълкът насочва към позицията на заека в съответния момент. Първоначалното разположение на вълка, заека и леговището (в метри) е дадено на следната фигура.



Помощният файл (Фиг. 1) представя развитието на преследването през първите 3 секунди. С A1, A2 и A3 е означена позицията на вълка съответно след първия, втория и третия негов скок. Точките B1, B2, B3 показват разположението на заека в първата втората и третата секунди.



Фиг. 1

**Задача 1.**

а) Какво ще е разстоянието между вълка и заека след петия скок на вълка?

Запишете отговора с точност до стотни от метъра.

б) След кой скок на вълка разстоянието между него и заека ще стане по-малко от 1 метър?

Запишете отговора като цяло положително число.

**Задача 2.** С колко най-малко би трябвало да увеличи скоростта си заекът, ако иска да достигне леговицето си невредим и след всеки скок на вълка разстоянието между тях да е поне един метър?

Запишете отговора с точност до стотни от метъра в секунда.

**Задача 3.** На коя секунда разстоянието между вълка и заека ще стане по-малко от 1 метър, ако вълкът насочва всеки следващ свой скок не към положението на заека в съответния момент, а към неговото положение след една секунда?

Запишете отговора като цяло положително число.


**Задача 4.** На коя секунда разстоянието между вълка и заека ще стане по-малко от 1 метър, ако вълкът насочва всеки следващ свой скок не към положението на заека в съответния момент, а по ъглополовящата на ъгъла Заек-Вълк-Леговище.

Запишете отговора като цяло положително число.


**Решение на задачи 1 а) и 1 б).**

Нека в края на дадена секунда  $k$  вълкът е в точката  $A_k$ . В същият момент заекът ще е в точка  $B_k = (2k, 0)$ . Намирането на техните позиции в секундата  $k+1$  е просто. Построяваме лъч с




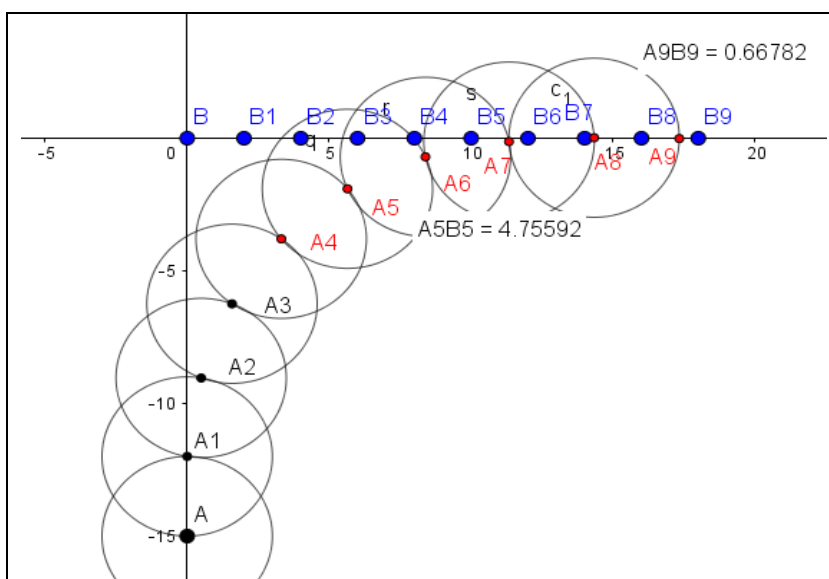
начало  $A_k$ , минаващ през  $B_k$ . Това става с помощта на бутона . Построяваме окръжност с център в  $A_k$  и радиус  $3$  (колкото е дължината на скока на вълка). Това става с помощта на



бутона . Позицията на вълка в секундата  $k+1$  е точно пресечната точка на лъча и окръжността. В същия момент заекът ще бъде в точката с координати  $(2(k+1), 0)$ , защото скоростта му е 2 метра в секунда. По този начин са намерени точките  $A_1, A_2, A_3$  и точките  $B_1, B_2, B_3$  от [помощния файл \(pomoshten fail.ggb\)](#), тръгвайки от началните точки  $A$  и  $B$ . За да се избегне претрупване на картината, лъчите от точките  $A_k$  към  $B_k$  са „скрити“. За решаването на задачата може помощният файл да се доразвие (допълни) с намирането на позициите на вълка и заека в следващите секунди по описания начин. Такъв допълнен файл може да се намери и отвори с щракване на мишката [тук \(reshenie zadacha 1.ggb\)](#). На Фиг. 2 е представено преследването в първите 9 секунди. За удобство, новодобавените точки за позицията на вълка



в съответните моменти са дадени в червен цвят. С помощта на бутона  е измерена дължината на отсечката  $A_5B_5$ , която е разстоянието между вълка и заека в края на петата секунда. Тази дължина е 4.75592 (пресмятанията са извършени с точност до 5 значещи цифри). Като отговор на задача 1 а) следва да се впише числото 4.76.



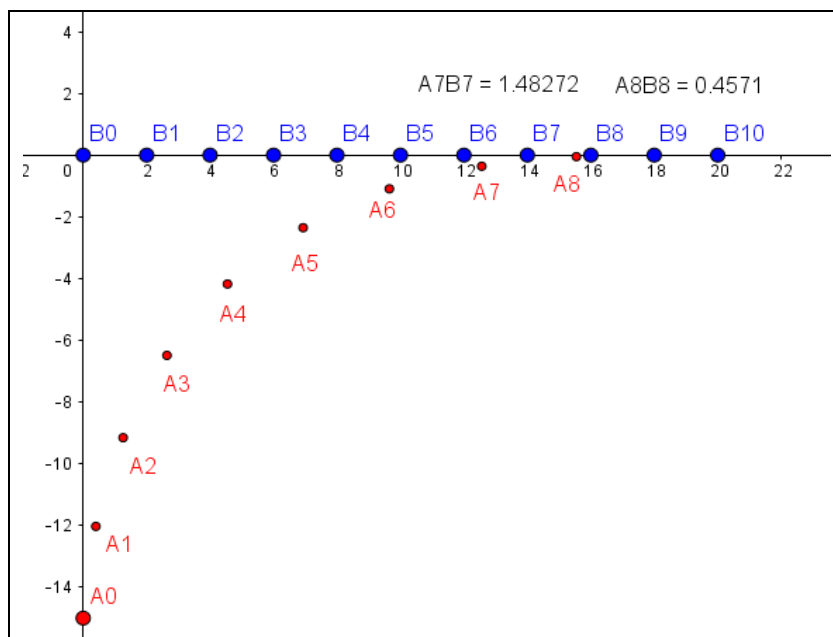
Фиг. 2

Със същия бутон за измерване на разстояние между две точки са измерени дължините на отсечките  $A_6B_6$ ,  $A_7B_7$ ,  $A_8B_8$  и  $A_9B_9$ . Първите три се оказват по-големи от един метър и не са изведени на Фиг. 2. Дължината на отсечката  $A_9B_9$  е дадена на Фиг. 2. Тя е 0.66782, което е по-малко от 1. Следователно, като отговор на задача 1 б) следва да запишем числото 9.

Решението на задача 2 изисква друг подход и ще бъде дадено накрая. Сега ще преминем към решенията на Задача 3 и задача 4.

### Решение на Задача 3.

Решението на тази задача е сходно с решението на задача 1. Намирането на положението  $A(k+1)$  на вълка в  $(k+1)$ -та секунда е пресечната точка на окръжността с радиус 3 и център в  $A_k$  с лъча от  $A_k$  към  $B(k+1)$ . Полученият по този начин файл може да бъде отворен с щракване на мишката [тук](#) ([reshenie zadacha 3.ggb](#)). Резултатът е показан на Фиг. 3, като лъчите и окръжностите са скрити за по-добра нагледност.



Фиг. 3

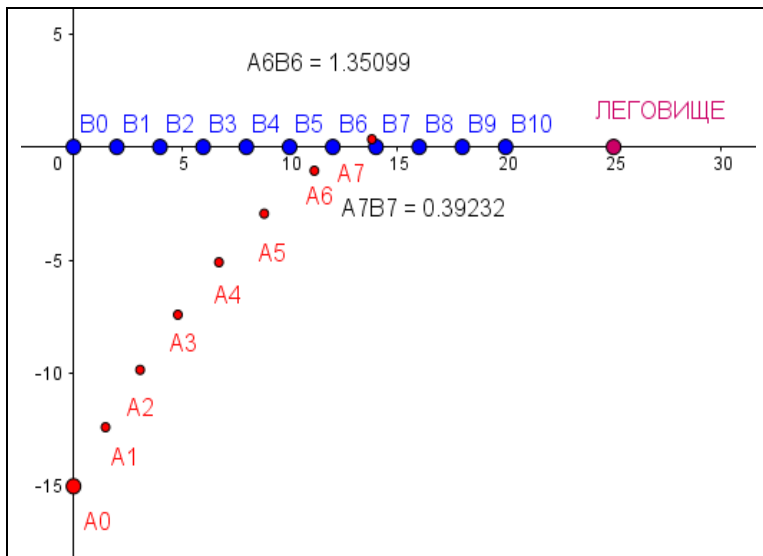
Вижда се, че в края на осмата секунда разстоянието между вълка и заека е 0.4571 метра, т.е. по-малко от 1 метър. Като отговор на задачата следва да се запише числото 8.

### Решение на задача 4.

В тази задача положението  $A(k+1)$  на вълка в  $(k+1)$ -та секунда е пресечна точка на окръжността с радиус 3 и център в  $A_k$  с ъглополовящата на ъгъла Леговище -Вълк- Заек. Тази



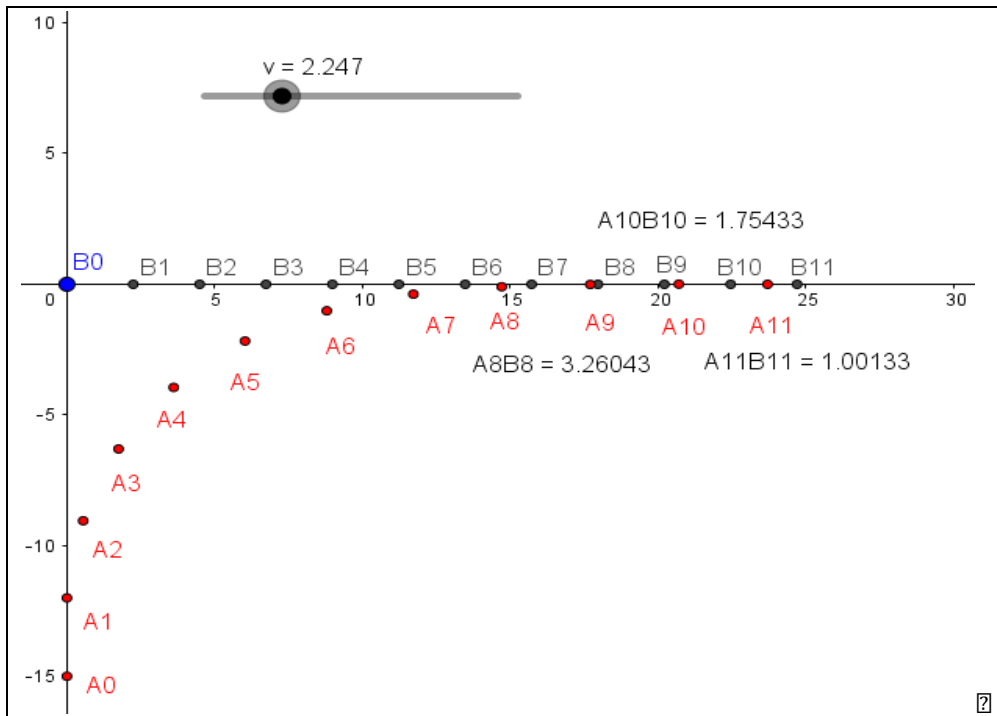
ъглополовяща може да се намери с бутон [тук](#). Резултатът от моделирането на преследването на заека с тази стратегия на вълка може да се види на Фиг. 4, а съответният файл може да се отвори с щракване [тук](#) ([reshenie zadacha 4.ggb](#)). Още в края на седмата секунда разстоянието между вълка и заека става по-малко от единица. Като отговор на задачата следва да се впише числото 7.



Фиг. 4

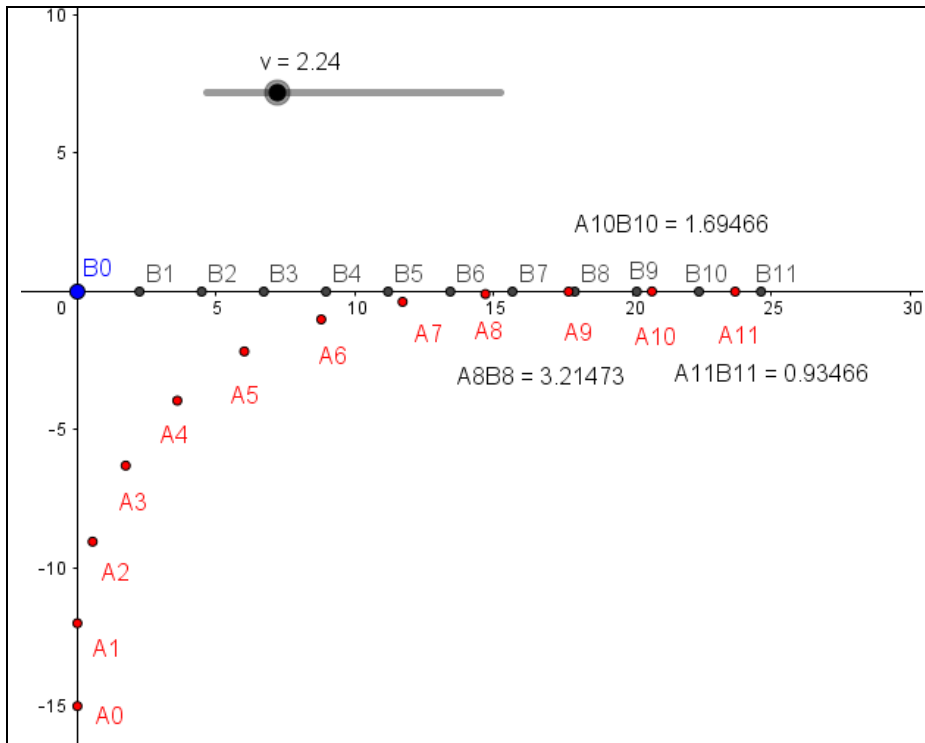
### Решение на Задача 2.

В тази задача вълкът следва първоначалната си стратегия. Всеки скок на вълка е насочен към положението на заека в същия този момент. Доколкото в условието на задачата става дума за скорост, добре е, да се въведе плъзгач за стойностите  $v$  на скоростта на заека. Тогава позицията на заека в  $k$  – тата секунда е представена от точката  $B_k=(kv, 0)$ . Конструкцията следва алгоритъма на решението на задача 1. Позицията на вълка в края на секундата  $k+1$  е точно пресечната точка на лъча от  $A_k$  към  $B_k$  и окръжността с център в  $A_k$  и радиус 3. Една реализация на тази идея може да се види с щракване [тук \(reshenie zadacha 2.ggb\)](#). Това отваря файл, произвеждащ следната картина (Фиг. 5).



Фиг. 5

От тази фигура се вижда, че при скорост на заека 2,247 метра в секунда, на 11-тата секунда той ще е съвсем наблизо до леговището си (на разстояние 0.283 метра от леговището). В същия момент вълкът е на разстояние 1.001 метра от него. За да се скрие в леговището си на заека му трябва  $\frac{0.283}{2.247} \approx 0.126$  секунди. За това време вълкът със скоростта си от 3 метра в секунда може да измине не повече от 0.378 метра и няма как да хване заека. Виждаме, че при скорост на заека 2.25, заекът ще успее да се добере невредим до леговището си, като в нито един момент от първите 11 секунди вълкът няма да бъде в опасна близост до него (по-малко от метър). Ако в плъзгача зададем стойност на скоростта  $v=2.24$  получаваме като резултат картината.



Фиг. 6

Заекът и в този случай ще се добере невредим до леговището си, защото за преодоляването на оставащите му 0.36 метра ще му трябва  $\frac{0.36}{2.24} \approx 0.161$  секунди. За това време вълкът може да измине най-много 0.483 метра, а разстоянието между него и заека в края на 11-тата минута е  $A_{11}B_{11}=0.93466$ . Последното равенство показва обаче, че се нарушава условието на задачата вълкът след всеки скок да е на поне един метър от заека. Следователно, при скорост на заека от 2.25 метра в секунда се удовлетворяват изискванията на задачата, а при скорост 2.24 метра това не е така. Следователно, скоростта на заека трябва да нарастне от 2 метра в секунда до 2.25 метра в секунда. Нарастването е 0.25 метра в секунда. Числото 0.25 следва да се впише като отговор на задачата.

Идеята преследването на жертва от хищник да се използва за Тема на месец октомври 2017 г. е на Тони Чехларова. Темата е обсъждана от група в състав Николай Николов, Тони Чехларова и Петър Кендеров. Отговорността за окончателното формулиране на темата, описанието на решенията и подготовката на използваните файлове е на Петър Кендеров. Логото на темата е предложено от Коя Чехларова. Уеб-поддръжката и техническото осигуряване е на Тодор Брънзов и Георги Гачев.